

Практическое занятие № 13
Исследование сходимости положительных рядов

Цель: Проверить знание признаков сходимости рядов

Задания

1. Найти первые пять членов данного ряда и исследовать на сходимость:

- | | |
|---|--|
| 1. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5n-1}$; | b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n)!}$; |
| 2. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+2}$; | b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{n!}$; |
| 3. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n+3}$; | b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 5^n}$; |
| 4. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-2)^2}$; | b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{n^4} \sqrt[4]{n+1}}$; |
| 5. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3+3n+2}$; | b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$; |
| 6. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt[5]{n+2}}$; | b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+1}{n^3}$; |
| 7. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+1}$; | b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+4}{(n^2 \cdot 2)2^n}$; |
| 8. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; | b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n$; |
| 9. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$; | b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n \cdot (n+1)}$; |
| 10. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$; | b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{n^{n^3} \cdot 3n}$; |

2. Написать формулу n-го члена ряда по данным первых его членов

- | | |
|---|---|
| 1. $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \dots$ | 6. $\frac{3}{2}, \frac{5}{4}, \frac{9}{8}, \frac{17}{16}, \dots$ |
| 2. $\frac{1}{4}, -\frac{2}{9}, \frac{3}{16}, -\frac{4}{25}, \dots$ | 7. $\frac{1}{9}, \frac{1 \cdot 2}{25}, \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{49}, \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{81}, \dots$ |
| 3. $1, \frac{\sqrt{2}}{1 \cdot 2}, \frac{\sqrt{3}}{1 \cdot 2 \cdot 3}, \frac{\sqrt{4}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}, \dots$ | 8. $\frac{2}{5}, -\frac{3}{8}, \frac{4}{11}, -\frac{5}{14}, \dots$ |
| 4. $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \dots$ | 9. $\frac{1}{3 \cdot 6}, \frac{1}{5 \cdot 8}, \frac{1}{7 \cdot 10}, \frac{1}{9 \cdot 12}, \dots$ |
| 5. $\frac{2}{4}, -\frac{4}{9}, \frac{6}{16}, -\frac{8}{25}, \dots$ | 10. $\frac{2}{1}, \frac{4}{4}, \frac{8}{9}, \frac{16}{16}, \dots$ |

3. Вычислить сумму членов ряда

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2) \cdot (3n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{1}{(3n-2) \cdot (3n+1)} + \dots$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^{n-1}} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{n-1}} + \dots;$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2 \cdot (n+1)^2} = \frac{3}{1 \cdot 4} + \frac{5}{4 \cdot 9} + \frac{7}{9 \cdot 16} + \dots + \frac{2n+1}{n^2 \cdot (n+1)^2} + \dots;$
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \cdot (n+2)} = \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(n+1) \cdot (n+2)} + \dots$
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{4n^2 - 1} + \dots$
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots;$
8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} = \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{n}{2^n} + \dots;$
9. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^2} = 1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n^2} + \dots;$
10. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n+1} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + (-1)^n \frac{1}{2n+1} + \dots;$

4. Исследовать на сходимость, применяя необходимый признак сходимости

1. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{4n+5}$
2. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{10n-1}$
3. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{5n+2}$
4. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 - 4n^2 + 1}{n^2 - 5n}$
5. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2 + 1}{n^3 + 2n}$
6. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n-1) \cdot 2^n}$
7. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$
8. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$
9. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{7n+1}$
10. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{3n-1}$

5. Исследовать на сходимость, используя признак Даламбера

1. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$
2. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{3})^n}$
3. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n^2}{5^n}$
4. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{n^n}$
6. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{3^n}$
7. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$
8. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n(n+1)}$
9. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!}$

$$5. a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3 \cdot 2^n}$$

$$10. a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^5}$$

Контрольные вопросы

1. Определение числового ряда.
2. Свойства и виды рядов.
3. Определение суммы ряда.
4. Необходимый признак сходимости.
5. Признаки сравнения, признаки Даламбера и Коши.